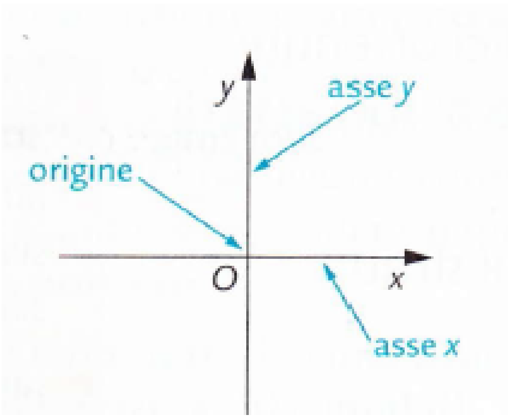
Piano cartesiano e Retta

Piano cartesiano e Retta

- 1. Richiami sul piano cartesiano
- 2. Richiami sulla distanza tra due punti
- 3. Richiami punto medio di un segmento
- 4. La Retta (funzione lineare)
- 5. L’equazione della retta nel piano cartesiano
- 6a. Posizione reciproca tra due rette
- 6b. Rette PARALLELE e PERPENDICOLARI
- 7. Come determinare l’equazione di una retta
- 8. Appendice: Distanza di un punto da una retta

1. Richiami sul piano cartesiano

- **Il piano cartesiano**

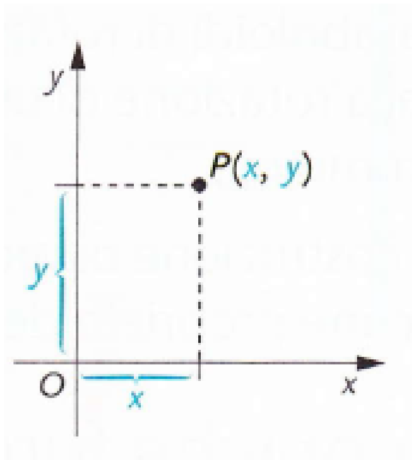


asse *x = asse delle ascisse*

asse y = asse delle ordinate

O origine degli assi

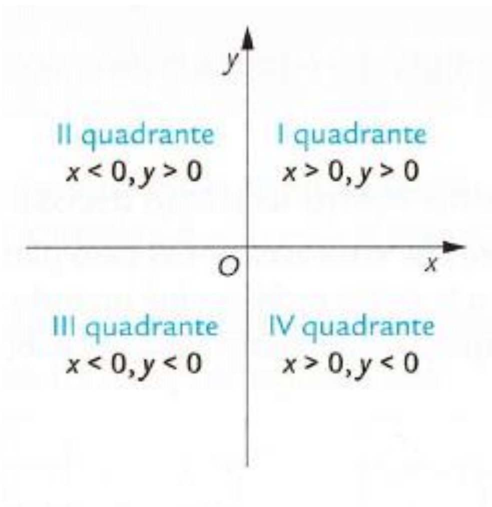
- **Il punto *P(x,y) del piano cartesiano***



Il **punto *P(x,y)*** del piano cartesiano è <u>individuato da una unica coppia ordinata</u> (x, y) di valori presi rispettivamente sull’asse delle *x* e sull’asse delle *y* e chiamati **ascissa** e **ordinata** del punto ***P***

1. Richiami sul piano cartesiano

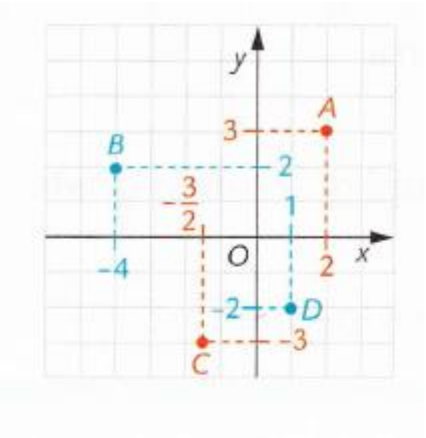
- **I quadranti**



Il piano viene diviso in 4 quadranti contraddistinti dal segno assunto dalle coordinate dei punti in esso contenuti.

Sono convenzionalmente numerati procedendo in senso antiorario.

- **Esempio**



$A(2,3)$ *si trova nel primo quadrante*

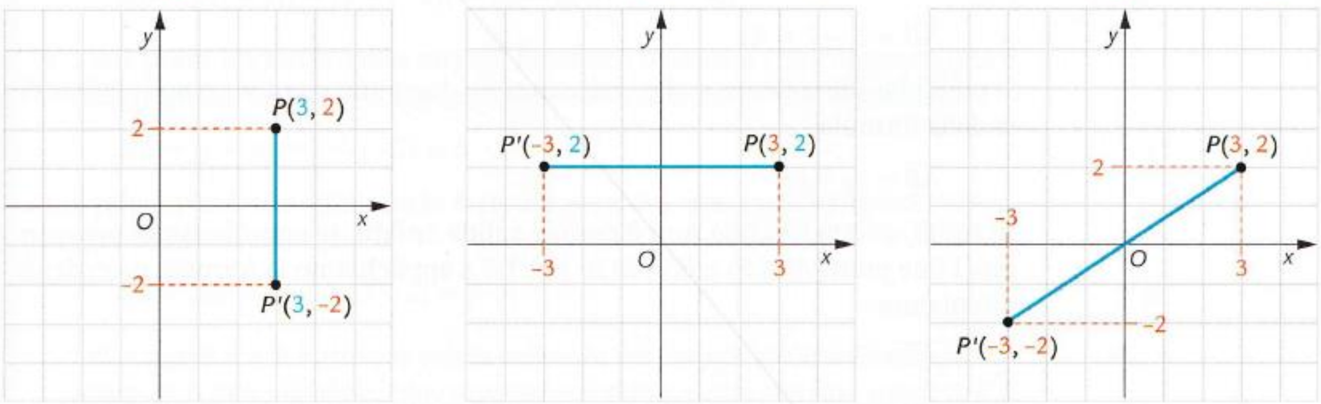
$B(-4,2)$ *si trova nel secondo quadrante*

$C\left(-\frac{3}{2},-3\right)$ *si trova nel terzo quadrante*

1. Richiami sul piano cartesiano

- **Simmetrie rispetto agli assi e all'origine**

Simmetria rispetto all'asse x | Simmetria rispetto all'asse y | Simmetria rispetto all'origine



Due punti simmetrici rispetto all'asse x hanno la stessa ascissa e ordinata opposta.

Due punti simmetrici rispetto all'asse y hanno la stessa ordinata e ascissa opposta.

Due punti simmetrici rispetto all'origine hanno coordinate opposte.

Simmetrico di *P(x, y)* rispetto all'**asse *x*** è il punto *P'(x, -y)*

Simmetrico di *P(x, y)* rispetto all'**asse *y*** è il punto *P'(-x, y)*

Simmetrico di *P(x, y)* rispetto all'**asse origine** è il punto *P'(-x, -y)*

1. Richiami sul piano cartesiano

- **Esercizi da svolgere usando l'applicativo Geogebra**

  Rappresentare in un piano cartesiano i punti di coordinate

  A(-4,-2)

  B(-5, 1)

  C(3, -3)

  Specificare in quale quadrante sono situati.

  Determinare i loro simmetrici rispetto agli assi e all'origine.

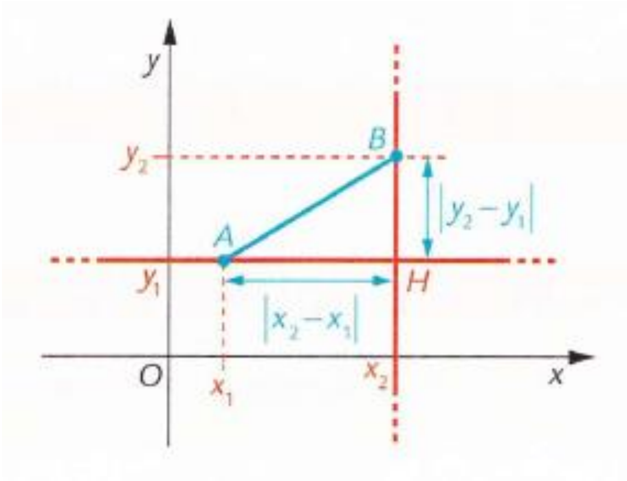
2. Richiami sulla distanza tra due punti

Consideriamo nel piano due generici punti $A(x_1, y_1)$ e $B(x_2, y_2)$ e calcoliamo la **distanza fra *A* e *B***

- **Caso generale**

  Distanza tra due punti nel piano cartesiano
  Nel piano cartesiano, la distanza tra due punti $A(x_1, y_1)$ e $B(x_2, y_2)$ è data dalla seguente formula:

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$



2. Richiami sulla distanza tra due punti

- **Esempio**

Determinare la distanza tra i punti $A(-2, +2\ )$ e $B(+3, -2\ )$.

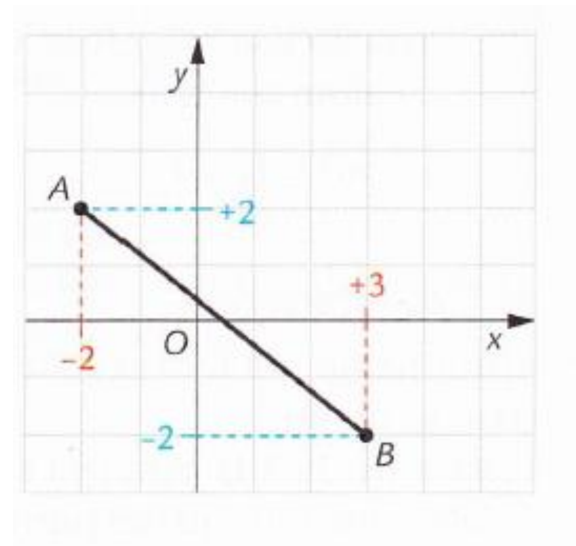
Considerando che i valori delle coordinate dei punti sono

$x_1 = -2$ e $y_1 = +2$

$x_2 = +3$ e $y_2 = -2$

Avremo che

$$\overline{AB} = \sqrt{[+3-(-2)]^2 + [-2-(+2)]^2} =$$
$$= \sqrt{(+5)^2 + (-4)^2} = \sqrt{25+16} = \sqrt{41}$$



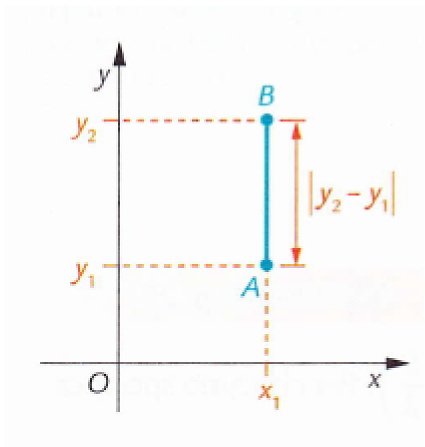
2. Richiami sulla distanza tra due punti

- **Caso particolare**

Distanza tra due punti aventi la stessa ascissa

La distanza è uguale al valore assoluto della differenza tra le loro ordinate

$$\overline{AB} = |y_2 - y_1|$$

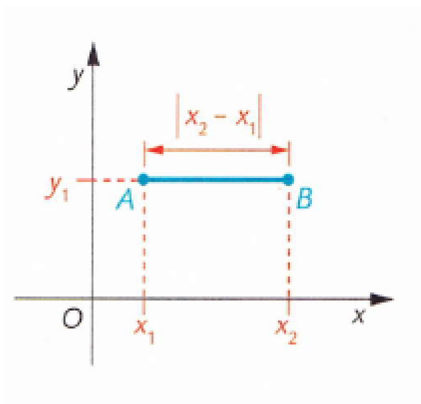


- **Caso particolare**

Distanza tra due punti aventi la stessa ordinata

La distanza è uguale al valore assoluto della differenza tra le loro ascisse

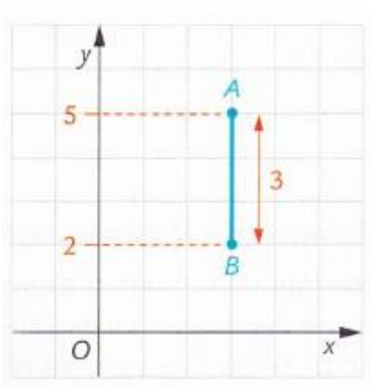
$$\overline{AB} = |x_2 - x_1|$$



2. Richiami sulla distanza tra due punti

- **Esempio**

Calcolare la distanza tra i punti $A(+3, +5)$ e $B(+3, +2)$

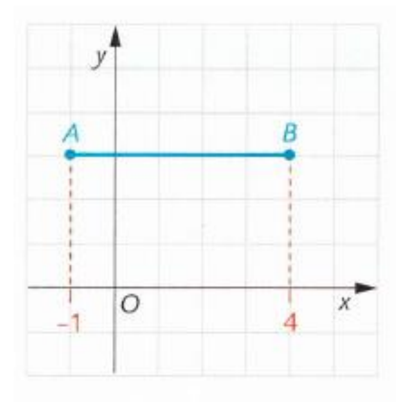


I due punti hanno la stessa ascissa, quindi

$$\overline{AB} = |2 - 5| = 3$$

- **Esempio**

Calcolare la distanza tra i punti $A(-1, +3)$ e $B(+4, +3)$



I due punti hanno la stessa ordinata, quindi

$$\overline{AB} = |4 - (-1)| = 5$$

2. Richiami sulla distanza tra due punti

- **Esercizi da svolgere usando l'applicativo Geogebra**

  Determinare la distanza tra le seguenti coppie di numeri

  1) $A(-1,-1)$ e $B(-1,-5)$

  2) $A(3,2\ )$ e $B(-4,2)$

  3) $A(-1,-2)$ e $B(3,-3)$

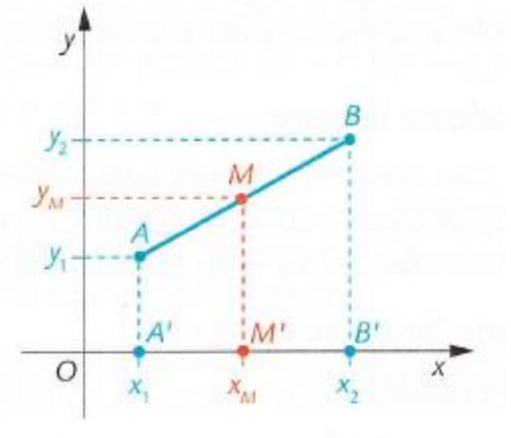
  Disegnare, usando Geogebra, i punti assegnati nel piano cartesiano, il segmento che li unisce e la sua lunghezza.

3. Richiami punto medio di un segmento

Punto medio di un segmento nel piano cartesiano

Siano $A(x_1, y_1)$ e $B(x_2, y_2)$ due generici punti del piano cartesiano e $\boldsymbol{M(x_M, y_M)}$ **il punto medio del segmento** ***AB***.

Allora il punto *M* avrà le seguenti coordinate:



$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

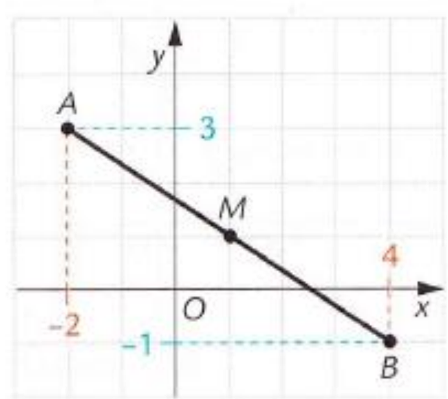
L'ascissa di *M* è la media aritmetica delle ascisse dei due punti *A* e *B.*

L'ordinata di *M* è la media aritmetica delle ordinate dei due punti *A* e *B.*

3. Richiami punto medio di un segmento

- **Esempio**

  Determinare il punto medio del segmento avente come estremi i punti $A(-2,3)$ e $B(4,-1)$



$$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{(-2) + 4}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$y_M = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{3 + (-1)}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

- **Esercizi da svolgere usando l'applicativo Geogebra**

  Determinare il punto medio dei segmenti aventi i seguenti estremi

  1) $A(3,2\ )$ e $B(-4,2)$

  2) $A(-1,-2)$ e $B(3,-3)$

  Disegnare, usando Geogebra, i punti assegnati nel piano cartesiano, il segmento che li unisce e il punto medio.

4. La Retta (funzione lineare)

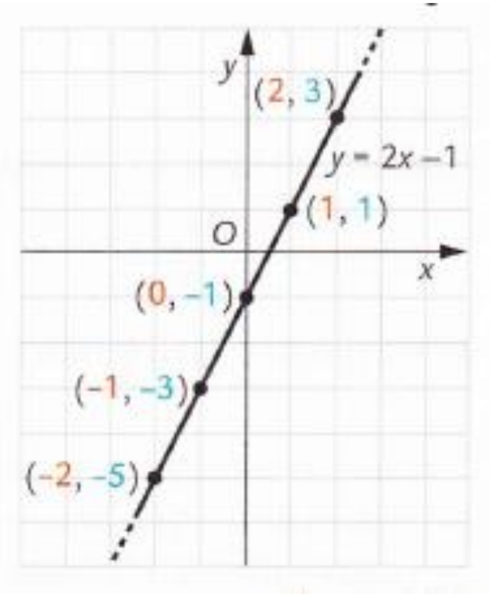
- **Grafico di una retta (funzione lineare)**

  Tracciare il grafico della retta $y = 2 \cdot x - 1$

Assegniamo alcuni valori alla variabile *x* e determiniamo i corrispondenti valori assunti dalla variabile *y* .

x	y
-2	-5
-1	-3
0	-1
1	1
2	3

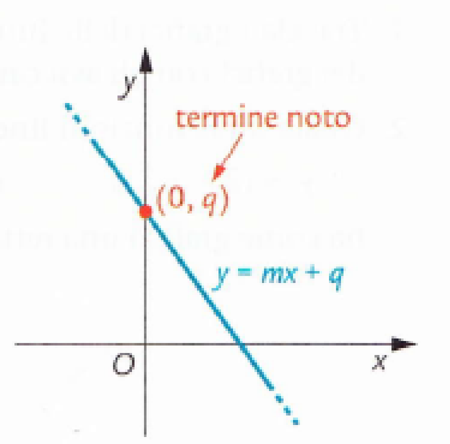
Poi rappresentiamo i punti nel piano cartesiano e li congiungiamo tra di loro.



4. La Retta (funzione lineare)

- **Rappresentazione retta in forma esplicita**

$$y = m \cdot x + q$$



dove m e q sono numeri reali

Osservazione:

- *q* è il **termine noto** e corrisponde all'ordinata del punto di intersezione tra la retta e l'asse delle ordinate (ovvero $x = 0$)

- *m* è il **coefficiente angolare** e fornisce informazioni sulla inclinazione (o **pendenza**) della retta rispetto all'asse *x*

4. La Retta (funzione lineare)

- **Rappresentazione retta in <u>forma implicita</u>**

$$a \cdot x + b \cdot y + c = 0$$

dove *a, b, c* sono numeri reali con *a* e *b* <u>non entrambi nulli</u>

Osservazione: Legame tra i coefficienti della retta in forma esplicita e i numeri della retta in forma implicita.

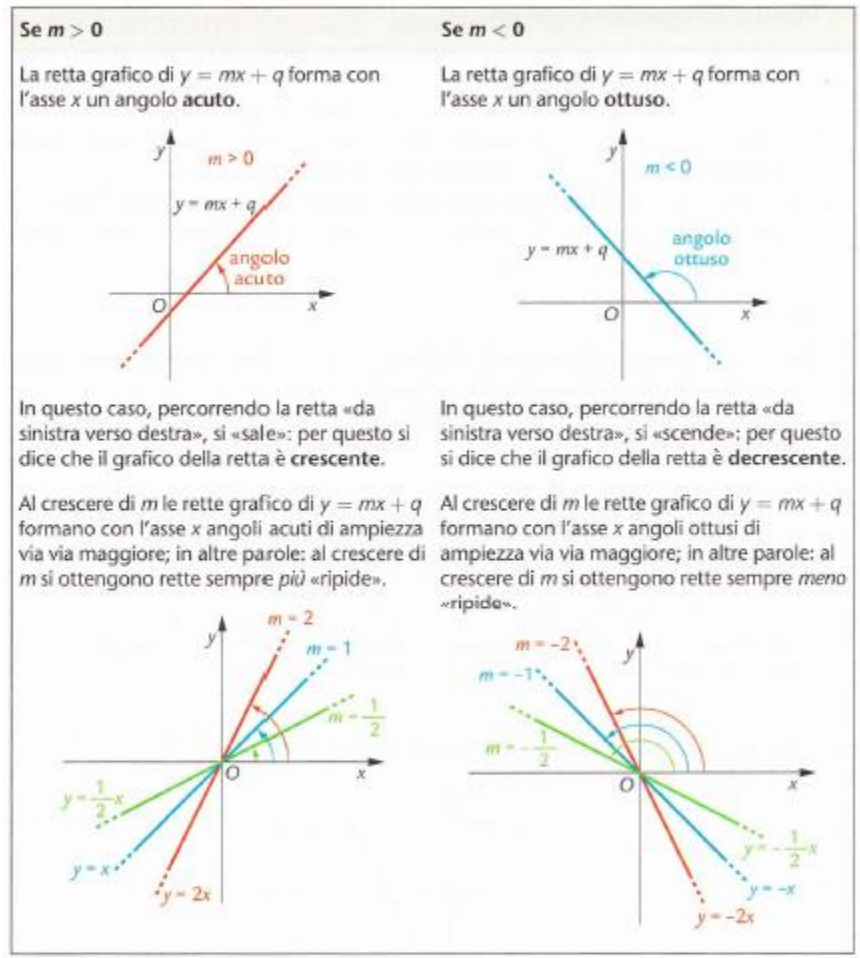
$$\boldsymbol{m} = -\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}} \quad e \quad \boldsymbol{q} = -\frac{\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{b}}$$

4. La Retta (funzione lineare)

- **Legame fra il coefficiente angolare *m* ed il grafico della retta *y***

Prendiamo in esame la retta nella forma esplicita

$$\boldsymbol{y = m \cdot x + q}$$



Se $m > 0$

La retta grafico di $y = mx + q$ forma con l'asse x un angolo **acuto**.

In questo caso, percorrendo la retta «da sinistra verso destra», si «sale»: per questo si dice che il grafico della retta è **crescente**.

Al crescere di m le rette grafico di $y = mx + q$ formano con l'asse x angoli acuti di ampiezza via via maggiore; in altre parole: al crescere di m si ottengono rette sempre *più* «ripide».

Se $m < 0$

La retta grafico di $y = mx + q$ forma con l'asse x un angolo **ottuso**.

In questo caso, percorrendo la retta «da sinistra verso destra», si «scende»: per questo si dice che il grafico della retta è **decrescente**.

Al crescere di m le rette grafico di $y = mx + q$ formano con l'asse x angoli ottusi di ampiezza via via maggiore; in altre parole: al crescere di m si ottengono rette sempre *meno* «ripide».

4. La Retta (funzione lineare)

- **Esercizi da svolgere usando l'applicativo Geogebra**

1) Tracciare i grafici delle seguenti funzioni:

$$y = -\frac{1}{3}x + 2$$

$$y = 2x - 4$$

$$y = \frac{2}{5}x + 4$$

$$y = -2$$

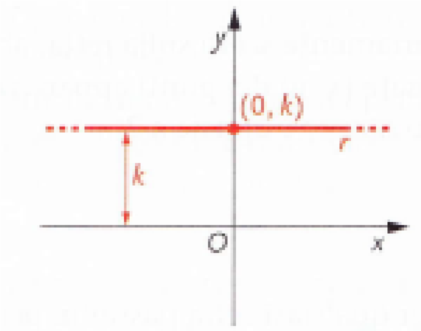
2) Data l'equazione della retta in forma implicita $2x + 3y + 2 = 0$, esprimere l'equazione in forma esplicita rispetto alla y e tracciare il grafico.

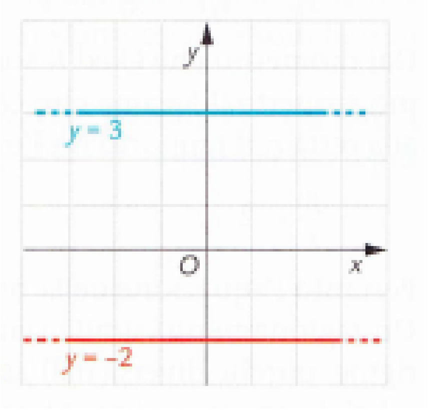
5. L’equazione della retta nel piano cartesiano

Caratterizzazione della retta dal punto di vista algebrico.

Significa scriveremo l’equazione della retta che soddisfi tutte le condizioni indicate sui punti che le appartengono.

- Retta parallela all’asse *x*



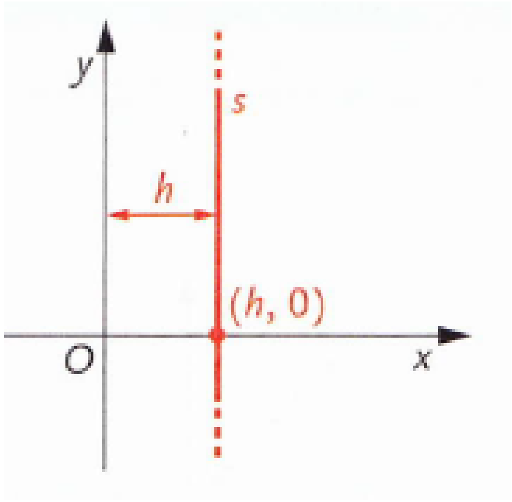


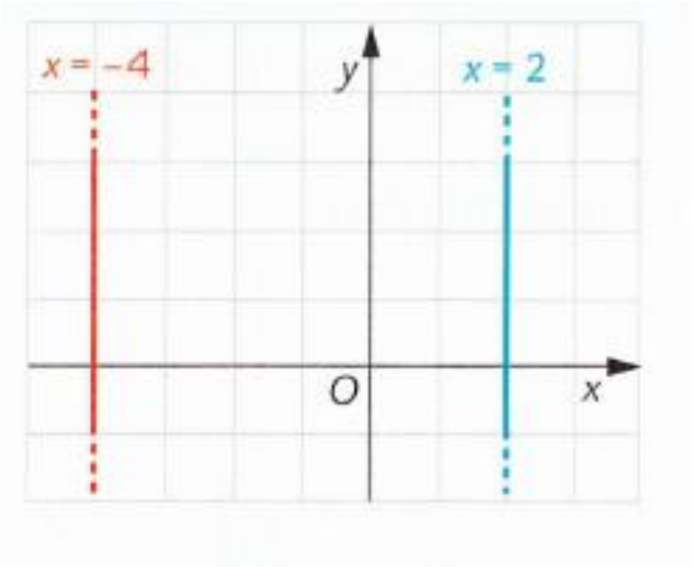
Poiché è $(0, k)$ il punto d’intersezione con l’asse delle *y*, tutti i punti appartenenti alla retta *r* hanno ordinata uguale a *k*, quindi l’equazione della retta (avendo coefficiente angolare $m = 0$) è:

$$\boldsymbol{y = k}$$

5. L'equazione della retta nel piano cartesiano

- Retta parallela all'asse *y*





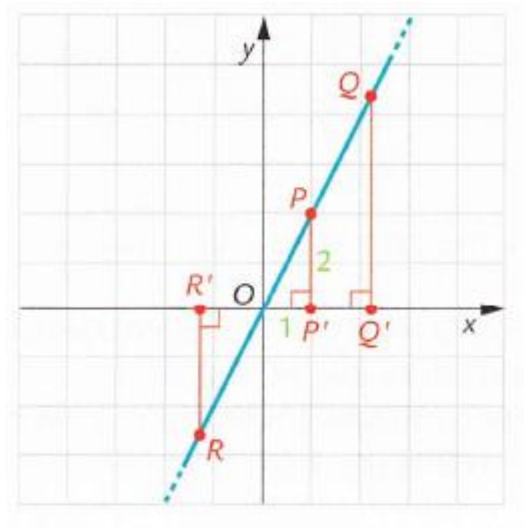
Poiché è $(h, 0)$ il punto d'intersezione con l'asse delle *x*, tutti i punti appartenenti alla retta *r* hanno ascissa uguale a *h*, quindi l'equazione della retta è:

$$\boldsymbol{x = h}$$

5. L’equazione della retta nel piano cartesiano

- **Retta passante per l’origine (diversa dall’asse *y*)**

Poiché il rapporto tra le coordinate dei punti $P(x_P, y_P)$, $Q\left(x_Q, y_Q\right)$ e $R(x_R, y_R)$



$$\frac{y_P}{x_P} = \frac{y_Q}{x_Q} = \frac{y_R}{x_R} = m \qquad costante$$

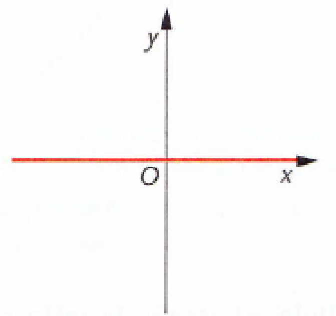
L’equazione della retta passante per l’origine è:

$$\boldsymbol{y = m \cdot x}$$

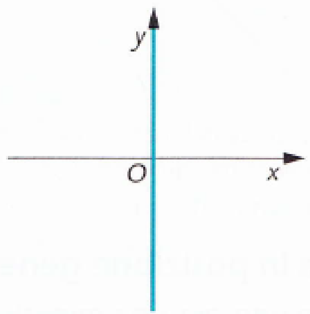
dove *m* è un numero reale

5. L'equazione della retta nel piano cartesiano

- Osservazione parallelismo

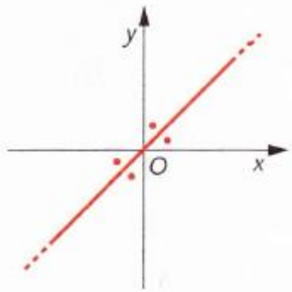


L'asse x ha equazione $y = 0$

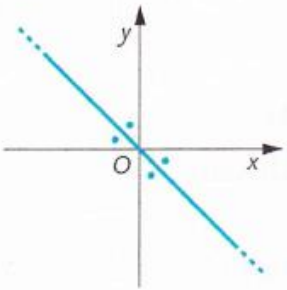


L'asse y ha equazione $x = 0$

- Osservazione passaggio per origine



La bisettrice del primo e del terzo quadrante ha equazione $y = x$



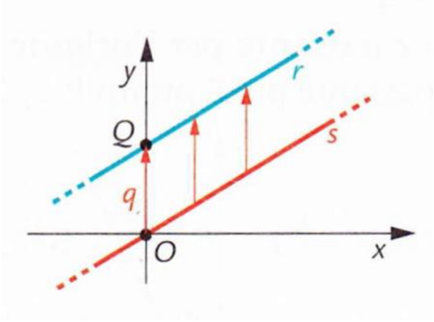
La bisettrice del secondo e del quarto quadrante ha equazione $y = -x$

5. L'equazione della retta nel piano cartesiano

- **Retta in posizione generica (non parallela all'asse *y*)**

Ogni retta non parallela all'asse *y* ha equazione del tipo:

$$\boldsymbol{y = m \cdot x + q}$$

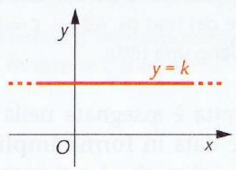
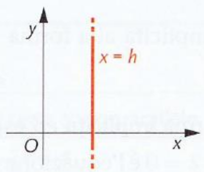
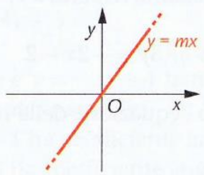
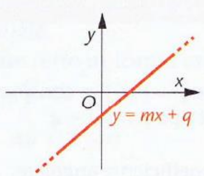


dove *m* e *q* sono numeri reali.

Osservazione:
- la retta in posizione generica (colore blu) è la corrispondente della retta passante per l'origine $\boldsymbol{y = m \cdot x}$ (colore rosso) nella traslazione di vettore $\overrightarrow{OQ}$.
- questa retta interseca l'asse *y* nel punto $Q(0, q)$ e la distanza tra le due rette è uguale alla sua ordinata q

5. L'equazione della retta nel piano cartesiano

- **Tabella riassuntiva dei vari tipi di retta**

Tipo di retta	Equazione della retta	Grafico	Coefficiente angolare della retta
Retta parallela all'asse x	$y = k$		Il coefficiente angolare è zero
Retta parallela all'asse y	$x = h$		Il coefficiente angolare non è definito
Retta passante per l'origine	$y = mx$		Il coefficiente angolare è m
Retta generica non parallela all'asse y	$y = mx + q$		Il coefficiente angolare è m

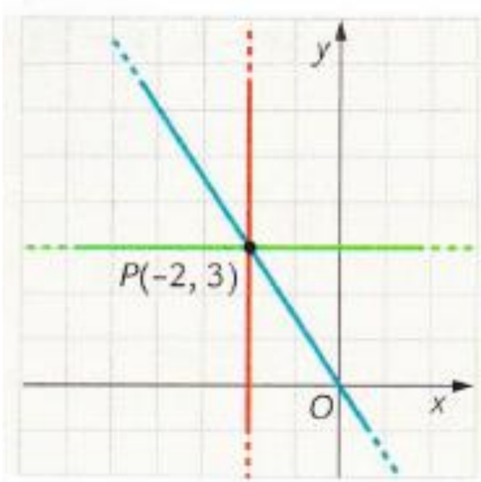
Nota che ogni retta **non parallela** all'asse y, avendo equazione del tipo $y = mx + q$, è il grafico di una funzione lineare; al contrario, le rette parallele all'asse y **non** rappresentano il grafico di una funzione perché a un solo valore di x corrispondono infiniti valori di y (ciò porta come conseguenza che per queste rette il coefficiente angolare non è definito).

5. L'equazione della retta nel piano cartesiano

- **Esempio**
  Sia $P(-2,3)$ un punto del piano cartesiano, determinare:
  1) le equazioni delle rette passanti per P e parallele agli assi cartesiani
  2) l'equazione della retta passante per P e per l'origine degli assi

1) -La retta parallela all'asse *x* ha tutti i punti di ordinata uguale a 3.
Perciò la sua equazione sarà $\boldsymbol{y = 3}$

-La retta parallela all'asse *y* ha tutti i punti di ascissa uguale a -2.
Perciò la sua equazione sarà $\boldsymbol{x = -2}$



5. L’equazione della retta nel piano cartesiano

2) Per determinare l’equazione della retta passante per l’origine $O(0,0)$ e per il punto $P(-2,3)$ dobbiamo trovare il valore da assegnare al coefficiente angolare m .

Per determinare questo valore sostituiamo le coordinate del punto P nell’equazione della retta passante per l’origine:

$$\mathbf{3 = m \cdot (-2) \quad \rightarrow \quad m = -\frac{3}{2}}$$

di conseguenza la retta ha equazione:

$$\boldsymbol{y = -\frac{3}{2} \cdot x}$$

5. L'equazione della retta nel piano cartesiano

- **Esercizi da svolgere usando l'applicativo Geogebra**

  1) Per ciascuno dei seguenti punti disegnare:

     - le rette passanti per il punto e parallele agli assi cartesiani
     - la retta passante per il punto e per l'origine degli assi cartesiani

  $P(-1,-2)$

  $P(2,-3)$

  $P(0,-2)$

  $P(3,0)$

  2) Controllare se e a quali rette appartengono i seguenti punti:

     $A(-5,-2)$; $B(2,0)$; $C(1,-3)$; $D(-5,3)$

6a. Posizione reciproca tra due rette

Consideriamo due rette scritte nelle seguenti forme:

Forma esplicita		**Forma implicita**	
retta 1	$y = m \cdot x + q$	retta 1	$a \cdot x + b \cdot y + c = 0$
retta 2	$y = m' \cdot x + q'$	retta 2	$a' \cdot x + b' \cdot y + c' = 0$

Dove:

$$m = -\frac{a}{b} \qquad e \qquad m' = -\frac{a'}{b'}$$

6a. Posizione reciproca tra due rette

Le rette possono essere tra loro:

- **incidenti** (caso particolare **perpendicolari**)
- **parallele distinte**
- **coincidenti**

COINCIDENTI

F. esplicita $m = m' \quad e \quad q = q'$

F. implicita $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$

INCIDENTI

F. esplicita $m \neq m'$

F. implicita $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$

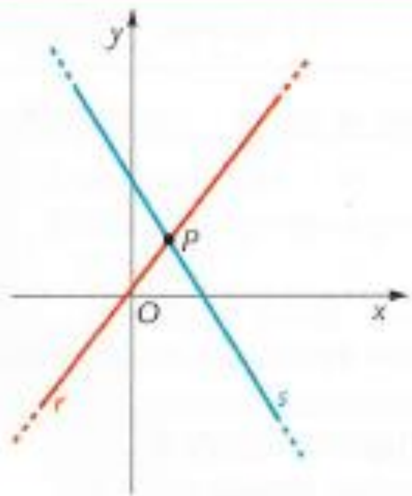
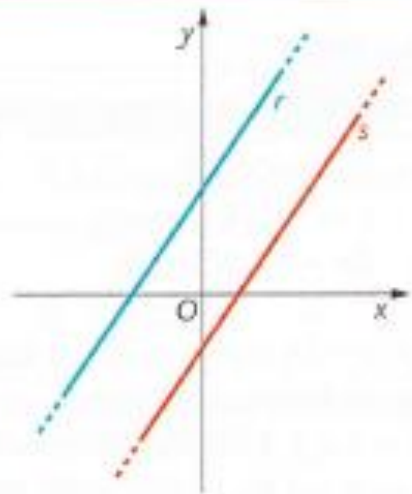
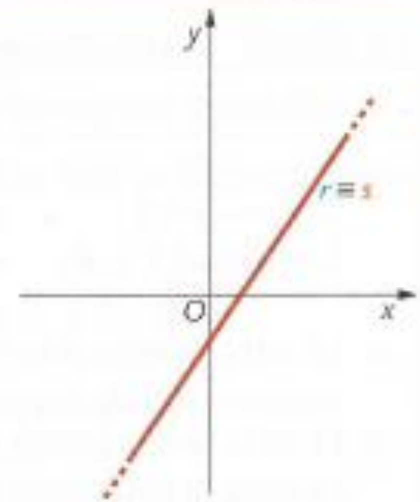
PARALLELE DISTINTE

F. esplicita $m = m' \quad e \quad q \neq q'$

F. implicita $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \quad e \quad \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$

6a. Posizione reciproca tra due rette

Come le rette possono essere tra loro

Posizione reciproca delle rette	Incidenti	Parallele distinte	Coincidenti
			
Condizione analitica per rette in forma *implicita*	$\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$	$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}$ e $\frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$	$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$
Condizione analitica per rette in forma *esplicita*	$m \neq m'$	$m = m'$ e $q \neq q'$	$m = m'$ e $q = q'$

6a. Posizione reciproca tra due rette

- **Esempio**

  Stabilire la posizione reciproca tra le seguenti coppie di rette:

  $2x - y + 3 = 0$ e $x - \frac{1}{2}y + \frac{3}{2} = 0$

  Poiché entrambe sono scritte in forma implicita controllo i valori assunti dai rapporti

  $$\frac{a}{a'} = \frac{2}{1} = 2 \quad ; \quad \frac{b}{b'} = \frac{-1}{-\frac{1}{2}} = 2 \quad ; \quad \frac{c}{c'} = \frac{3}{\frac{3}{2}} = 2$$

  Essendo questi valori tutti uguali, posso affermare che le due rette sono **coincidenti**

6a. Posizione reciproca tra due rette

- **Esercizi da svolgere usando l'applicativo Geogebra**

  Stabilire la posizione reciproca tra le seguenti coppie di rette:

  1) $x - 2y - 1 = 0$ e $y = -\frac{1}{2}x - 1$

  2) $4x - y + 1 = 0$ e $y = -4x + 4$

6b. Rette PARALLELE e PERPENDICOLARI

- **Rette parallele**

Due rette (non parallele all'asse y) di equazioni

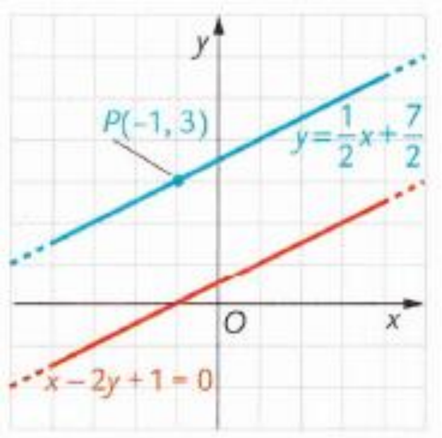
$y = m \cdot x + q$

$y' = m' \cdot x + q'$

sono **parallele tra di loro** <u>se e solo se</u> hanno lo stesso coefficiente angolare.

Quindi la condizione di parallelismo è:

$$\boldsymbol{m = m'}$$



6b. Rette PARALLELE e PERPENDICOLARI

- **Rette perpendicolari**

Due rette (non parallele agli assi cartesiani) di equazioni

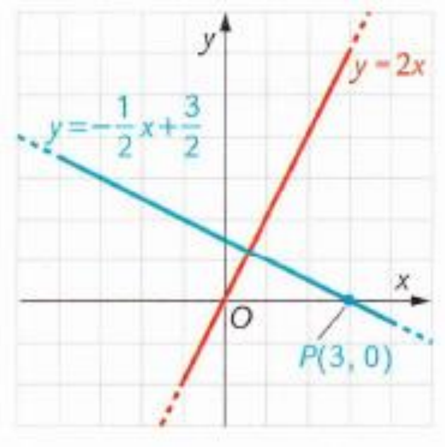
$y = m \cdot x + q$

$y' = m' \cdot x + q'$

sono **perpendicolari tra di loro** <u>se e solo se</u> il prodotto tra i coefficienti angolari è uguale a **-1** .

Quindi la condizione di perpendicolarità è:

$$\boldsymbol{m \cdot m' = -1}$$



Osservazione:

la relazione ci permette di dire che le due rette sono perpendicolari se

$\boldsymbol{m' = -\frac{1}{m}}$ con $\boldsymbol{m \neq 0}$

6a. Posizione reciproca tra due rette

Riassumendo le condizioni, a seconda di come vengono scritte le due rette, abbiamo:

Forma esplicita

Condizione di **parallelismo**

$$m = m'$$

Condizione di **perpendicolarità**

$$m \cdot m' = -1$$

oppure

$$m' = -\frac{1}{m}$$

Forma implicita

Condizione di **parallelismo**

$$\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'}$$

Condizione di **perpendicolarità**

$$\frac{a}{b} = -\frac{b'}{a'}$$

6b. Rette PARALLELE e PERPENDICOLARI

- **Esempio**

Stabilire se le seguenti coppie di rette sono perpendicolari o parallele:

1) $y = -2x$ e $y = -2x + 4$

Poiché i coefficienti angolari assumono lo stesso valore $m = m' = -2$ le due rette sono parallele.

2) $y = -\frac{1}{3}x - 1$ e $y = -3x + 2$

Poiché il prodotto tra i coefficienti angolari è uguale a -1

$m \cdot m' = \frac{1}{3} \cdot (-3) = -1$

le due rette sono perpendicolari.

6b. Rette PARALLELE e PERPENDICOLARI

- **Esercizi da svolgere usando l’applicativo Geogebra**

  Stabilire se le seguenti coppie di rette sono perpendicolari o parallele:

  1) $y = -x + 1$ e $y = x - 4$

  2) $x - 2y + 1 = 0$ e $2x - 4y + 3$

  3) $y = 4x - 1$ e $y = 0{,}25\, x + 1$

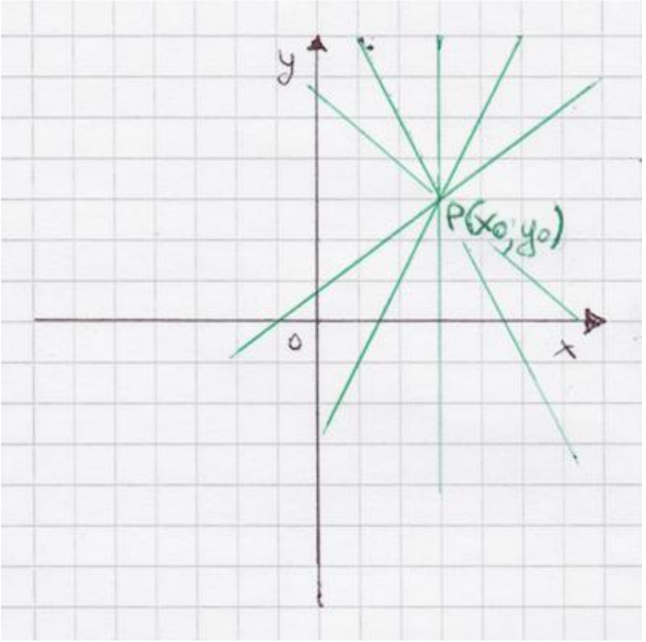
  4) $3x + 5y - 1 = 0$ e $5x - 3y = 0$

7. Come determinare l’equazione di una retta

- **Fascio di rette**

L’equazione del **fascio di rette di centro $P(x_o , y_o)$ e coefficiente angolare m** è:

$$y - y_o = m \cdot (x - x_0)$$



7. Come determinare l'equazione di una retta

Vedremo come determinare l'equazione della retta nei seguenti casi:

- Retta passante per due punti $A(x_1, y_1)$ e $B(x_2, y_2)$.
- Retta passante per un punto $P(x_o\ , y_0)$ e coeff. angolare m assegnato.
- Retta passante per un punto $P(x_o\ , y_0)$ e parallela a una retta data.
- Retta passante per un punto $P(x_o\ , y_0)$ e perpendicolare a una retta data.

7. Come determinare l'equazione di una retta

- **Equazione della retta passante per due punti $A(x_1, y_1)$ e $B(x_2, y_2)$.**

L'equazione della retta si ottiene usando la seguente formula:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

Esempio:

Determinare l'equazione della retta passante per $A(-8, 11)$ e $B(3, -4)$.

Sostituiamo i valori nella formula:

$$\frac{x-(-8)}{3-(-8)} = \frac{y-11}{-4-11} \quad ; \quad -15x - 120 = 11y - 121$$

$$\frac{x+8}{11} = \frac{y-11}{-15} \quad ; \quad -15x - 11y + 1 = 0$$

$$-15(x+8) = 11(y-11) \quad ; \quad y = -\frac{15}{11}x + \frac{1}{11} \quad ;$$

$$m = -\frac{15}{11} \quad e \quad q = \frac{1}{11}$$

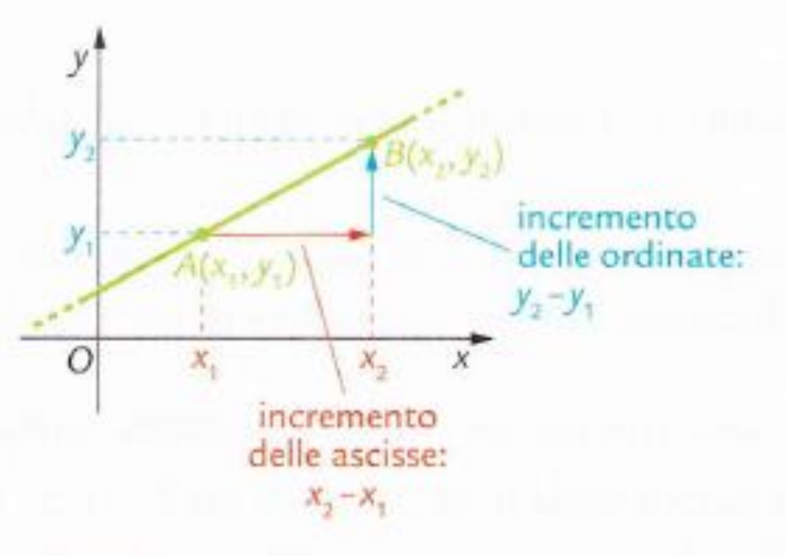
7. Come determinare l'equazione di una retta

- **Osservazione:** **Equazione della retta passante per due punti $A(x_1, y_1)$ e $B(x_2, y_2)$.**

  L'equazione della retta si può ottenere anche determinando il valore assunto dal coefficiente angolare m con la seguente formula:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

e applicando il metodo spiegato nella pagina successiva.



7. Come determinare l'equazione di una retta

- **Equazione della retta passante per un punto $\boldsymbol{P(x_o\,, y_0)}$ e coeff. angolare $\boldsymbol{m}$ assegnato.**

  L'equazione della retta si ottiene usando la formula del fascio di rette precedentemente introdotta

$$\boldsymbol{y - \ y_o = m \cdot (x - x_0)}$$

Esempio 1:

Determinare l'equazione della retta passante per $P(-1, 2)$ e coefficente angolare $m = 3$.

Sostituiamo i valori nel fascio di rette e otteniamo:

$$y - 2 = 3 \cdot [x - (-1)]$$

$$y - 2 = 3 \cdot x + 3$$

$$\boldsymbol{y = 3 \cdot x + 5}$$

7. Come determinare l'equazione di una retta

Esempio 2:

Scriviamo l'equazione della retta passante per A e B in ciascuno dei seguenti casi:

a. $A(-2, 4)$ e $B(1, -1)$ **b.** $A(3, 3)$ e $B(3, 6)$

a. La retta AB **non** è parallela all'asse y perché $x_A \neq x_B$.

Calcoliamo anzitutto il coefficiente angolare della retta AB (fig. 1.24):

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-1-4}{1-(-2)} = -\frac{5}{3}$$

Allora l'equazione della retta AB si può calcolare scrivendo l'equazione della retta passante per A o per B e di coefficiente angolare $-\frac{5}{3}$. Per esempio, utilizziamo il punto A.

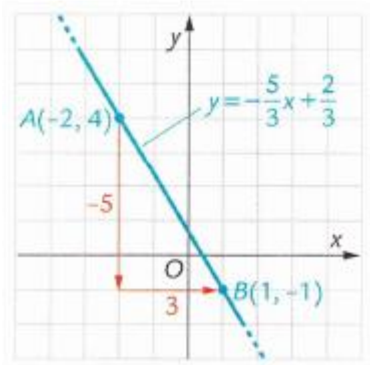
L'equazione della retta passante per $A(-2, 4)$ e di coefficiente angolare $-\frac{5}{3}$ è:

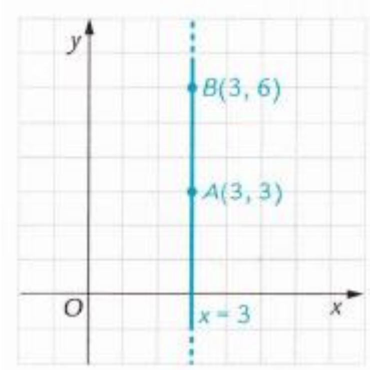
$$y - 4 = -\frac{5}{3}(x - (-2))$$

ossia:

$$y = -\frac{5}{3}x + \frac{2}{3}$$

b. I due punti A e B hanno la stessa ascissa, quindi la retta AB è parallela all'asse y (fig. 1.25). La sua equazione è ovviamente $x = 3$.





7. Come determinare l'equazione di una retta

- **Equazione della retta passante per un punto $P(x_0, y_0)$ e parallela ad una retta data.**

  Anche in questo caso l'equazione della retta si ottiene usando la formula del fascio di rette e la condizione di parallelismo.

Esempio:

Determiniamo l'equazione della retta passante per $P(-1, 3)$ e parallela alla retta r, di equazione $x - 2y + 1 = 0$.

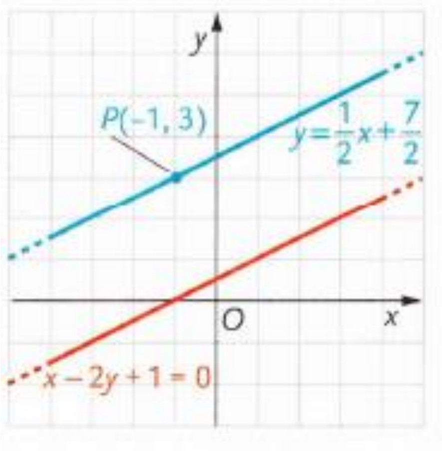
L'equazione della retta r in forma *esplicita* è:

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2},$$

quindi il suo coefficiente angolare è $m = \frac{1}{2}$.

La retta passante per $P(-1, 3)$ e parallela a r non è altro che la retta passante per P e di coefficiente angolare uguale a $\frac{1}{2}$. In base alla [1.6] la sua equazione sarà:

$$y - 3 = \frac{1}{2}(x - (-1)) \quad \text{da cui} \quad y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$$



7. Come determinare l'equazione di una retta

- **Equazione della retta passante per un punto $P(x_o\ , y_0)$ e perpendicolare ad una retta data.**

  Anche in questo caso l'equazione della retta si ottiene usando la formula del fascio di rette e la condizione di perpendicolarità.

Esempio:

Determiniamo l'equazione della retta passante per $P(3, 0)$, perpendicolare alla retta r di equazione $y = 2x$.

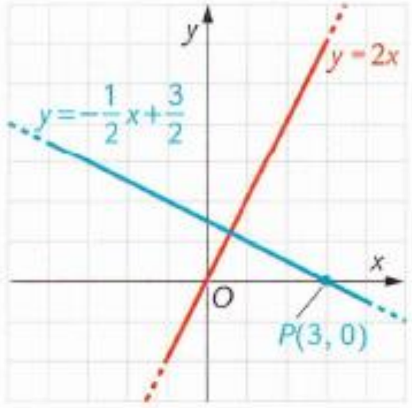
Il coefficiente angolare della retta r è 2; pertanto una retta perpendicolare a r deve avere coefficiente angolare $-\frac{1}{2}$.

La retta cercata è allora quella passante per $P(3,0)$ e di coefficiente angolare $-\frac{1}{2}$. In base alla [1.6] la sua equazione sarà:

$$y - 0 = -\frac{1}{2}(x-3)$$

da cui:

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$



7. Come determinare l'equazione di una retta

- **Esercizi da svolgere usando l'applicativo Geogebra**

1) Scrivere l'equazione della retta passante per $A(1,-2)$ e $B(2,3)$

2) Scrivere l'equazione della retta passante per il punto $P(1,-2)$ e parallela alla retta r di equazione $y=-\frac{3}{2}x+1$

3) Scrivere l'equazione della retta passante per il punto $P(1,-2)$ e perpendicolare alla retta r di equazione $y=\frac{2}{3}x-\frac{8}{3}$

4) Determinare il coefficiente angolare della retta passante per $A(-3,0)$ e $B(4,1)$

5) Considerare i punti $A(0,0)$, $B(2,4)$, $C(0,5)$ e $D(-\frac{5}{2},0)$ e verificare che il quadrilatero ABCD è un trapezio rettangolo.

8. Appendice: Distanza di un punto da una retta

Sia r la retta di equazione (in forma implicita):

$$a \cdot x + b \cdot y + c = 0$$

La distanza di un punto $P(x_o\ , y_0)$ dalla retta r è data dalla formula:

$$\boldsymbol{d(P,r) = \frac{|a \cdot x_0 + b \cdot y_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}}$$